UNLPam – Facultad de Agronomía

Licenciatura en Administración
de Negocios Agropecuarios

TRABAJOS PRÁCTICOS
MATEMÁTICA I

Ingreso - Año 2009

Responsables:
Prof. María Cecilia López Gregorio
Prof. María Valeria Hernández

A las alumnas y los alumnos que **ingresan** en el año **2009** a la **Licenciatura en Administración de Negocios Agropecuarios**:

Cuando se inicia una etapa tan importante en la vida de una persona como lo es el comienzo de una carrera universitaria, surge un conjunto de situaciones nuevas a enfrentar. No todas tienen el mismo impacto en cada estudiante. Desde la **Cátedra de Matemática I** pretendemos ayudarlos para iniciar el ciclo académico con ciertos conocimientos básicos, que van a permitir abordar los nuevos conocimientos con mayor seguridad y menor preocupación. Esa es nuestra primera y más importante colaboración para que las situaciones nuevas sean desafíos interesantes y no obstáculos insalvables.

A continuación, les presentamos trabajos prácticos sobre temas que están incluídos en la curricula del polimodal o del secundario, que deberán saber resolver al comenzar las clases. Van acompañados de su solución, para que puedan comprobar la marcha de su proceso de revisión de conocimientos o aprendizaje de los que no hubieren adquirido anteriormente.

Durante la segunda semana de clases, se realizará la primera evaluación que comprenderá sólo los temas incluídos en este material. La misma formará parte de la evaluación para la aprobación de la asignatura.

Durante la primera semana de clases, se hará una somera revisión de los mismos.

Pueden usar los textos con los que hayan trabajado en clase o los disponibles en la biblioteca de cada colegio.

Como recomendaciones podemos decir que no busquen soluciones memorísticas (tienen corta vida), se acostumbren a dejar constancia de todos los procedimientos realizados para responder a una consigna (lo que no queda claro cómo se hizo, se tiene por no realizado) y tengan confianza en sus posibilidades (que sin dudas las tienen).

Desde la cátedra, estamos preparadas para ayudarlos si lo necesitan.

Tengan confianza, trabajen y anímense a solicitar ayuda.

Pueden comunicarse con las integrantes de la cátedra a través del correo electrónico a:

ingresomatematica@agro.unlpam.edu.ar

o a la dirección

consultasmatematica@hotmail.com

Los esperamos en el 2009.

NÚMEROS REALES

1.- Conjuntos numéricos: naturales, enteros, racionales, irracionales y reales.
2.- Operaciones, igualdades y desigualdades. Propiedades. Intervalos.
3.- Ecuaciones, inecuaciones. Valor absoluto.

1.- Indicar si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera a falsa. Si la respuesta es la última opción, justifíquela.

a) -7 es un entero
b) 1/6 es racional
c) -3 es un número natural
d) $\frac{4}{2}$ no es un entero positivo
e) 5 es racional
f) p es un número real
g) $\frac{0}{6}$ es racional
h) todo entero es positivo o negativo

2.- Inserte en los espacios vacíos el símbolo ˛ o ˇ de forma tal que los enunciados sean correctos.

15	………..	N	0	………..	Q
1,41421	………..	I	2007	………..	Z
-3	………..	Z	$\frac{3}{7}$	………..	R
p	………..	Q	-5	………..	I

3.- Inserte en los espacios vacíos el símbolo o ¸ de forma tal que los enunciados sean correctos.

Z	………..	R	N	………..	Q
$\{0\}$	………..	N	Q	………..	I
I	………..	R	Q	………..	R
$\left\{0; \frac{1}{3}; 1,732\right\}$	………..	Q	$\left\{-\sqrt{3}; 0; \sqrt{3}\right\}$	………..	I

4.- Escriba los siguientes números decimales en forma de fracción, y cuando no sea posible indique la causa.

a) 0,222…
b) $0,\overset{\frown}{2}$
c) 0,547
d) $0,54\overset{\frown}{7}$
e) p
f) 2,36
g) $\sqrt{3}$
h) e
i) 8,185
j) 10,0053
k) 33,26
l) 151,1

5.- Resuelva las operaciones planteadas.

a) $Q \cap R$
b) $Q \cup I$
c) $Z \cup N$
d) $I \cap Z$
e) $I \cap R$
f) $Q \cup R$
g) $I \cap Q$
h) $Z \cap N$

Dado S, definir $S \cap N$; $S \cap Q$; $S \cap I$ y $S \cap Z$

i) S=$\{12; \frac{5}{3}; \sqrt{7}; 0; -38; -\sqrt{2}; 571;$ p; $-\frac{1}{10}; 0,666…; 16,34\}$

j) S=$\{-\frac{1}{4}; 26; \sqrt{3}; 3; -\sqrt{9}; -0,333…; -6214; \frac{1}{2}$.p; $\frac{4}{7}; 1\}$

6.- Ordene de menor a mayor los elementos del subconjunto de números reales que se presenta, luego grafíquelos sobre la recta real.

a) $\{-2;\ 3;\ 21;\ 5;\ -7;\ \frac{2}{3};\ \sqrt{2};\ -\frac{7}{4};\ -\sqrt{5};\ -10;\ 0;\ \frac{3}{4};\ -\frac{5}{3};\ -1\}$

b) $\{\frac{11}{3};\ \pi;\ -8;\ -\sqrt{2};\ 3;\ -\sqrt{3};\ 4;\ \frac{21}{4};\ -\frac{3}{2}$-; $1{,}26;\ \frac{1}{2}.\pi\}$

7.- Grafique cada uno de los conjuntos siguientes sobre la recta numérica real y anótelo como intervalo.

a) $\{x / x > 2\}$
b) $\{x / -4 < x \leq 4\}$
c) $\{x / x \leq 8\}$
d) $\{x / 3 < x < 9\}$
e) $\{x / x > 2 \text{ y } x < 12\}$
f) $\{x / x \leq -4 \text{ o bien } x > 4\}$
g) $\{x / x \geq -5 \text{ y } x \leq 5\}$
h) $\{x / x < 3 \text{ o bien } x > 6\}$
i) $\{x / x > 2\} \cap \{x / x < 12\}$
j) $\{x / x \geq 4\} \cup \{x / x > 4\}$
k) $\{x / x \geq -5\} \cap \{x / x \leq 5\}$
l) $\{x / x < 3\} \cup \{x / x > 6\}$
m) $\{x / x > -4\} \cap \{x / x \leq 0\}$
n) $\{x / x \leq 0\} \cup \{x / x \leq 7\}$

8.- Marque en la recta real los intervalos que se dan a continuación y escríbalos usando notación para conjuntos y signos de desigualdad.

a) (2; 7)
b) [-3; 6]
c) (-5; 4]
d) [-10; -2)
e) (-5;5)
f) [1; 9]
g) [-8; 3)
h) (-7; 0]
i) $(8;9) \cap [8{,}5;\infty)$
j) $(-3;5] \cup [0;\infty)$
k) $[3;\infty)$
l) $(-\infty; 0)$
m) $(-4; \infty)$
n) $(-\infty; \infty)$
o) $(-\infty; -2]$
p) $(-\infty; 10)$
q) $(-\infty;3] \cup [3;7]$
r) $(-\infty;3] \cap [3;7]$

9.- Resuelva las igualdades y/o desigualdades planteadas.

a) $|x-5| = 8$
b) $|4+3.\pi| = 2$
c) $|x+7| < 2$
d) $|1-3.x| > 2$
e) $\left|\frac{z-8}{4}\right| \leq 2$
f) $|4.t-1| < 1$
g) $\left|\frac{-3-x}{2}\right| \geq 4$
h) $|5-2x| \leq 1$
i) $\left|-4.x-\frac{1}{2}\right| \geq 0$
j) $4 < \left|\frac{2}{3}.x+5\right|$

10.- Escriba un resultado, si es posible, sin utilizar los exponentes ni calculadora.

a) $(-2)^3$

b) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$

c) $-\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

d) -4^2

e) $-3^{-2}-\left(-\frac{2}{3}\right)^2$

f) $(3.x^2.y^3)^0$, donde $x, y \neq 0$

g) $\left(\frac{4}{3}-1,\overset{\frown}{3}\right)^0$

h) $(0,02)^2$

i) $(-0,3)^{-2}$

j) $(18+25)^0$

k) $\frac{2^3.2^5}{2^4.2^9}$

l) $\frac{4.2^{-3}}{2.4^{-2}}$

m) $\left(\frac{5^{-2}.5^{-2}}{5^{-5}}\right)^{-2}$

n) $\frac{(3^2-\sqrt{81})}{(3^2-\sqrt{81})}$

11.- Simplifique la expresión, escribiendo las respuestas con factores primos que no repitan la base y sólo con exponentes positivos.

a) $(2.x^3).\left(\frac{1}{4}.x^2\right)$

b) $\frac{(3.x^2).(4.x^3)}{2.x^4}$

c) $(2.x^{-2}.y^2)^3$

d) $\left(\frac{1}{2}.u^{-2}.v^3\right).(4.v^3)$

e) $\left(\frac{2.u^2.v^3}{3.u.v}\right)^{-1}$

f) $(2^{-1}.r^3)^{-2}.(3.s^{-1})^2$

g) $\frac{2^2.u^{-2}.(v^{-1})^3}{3^2.(u^{-3}.v)^2}$

h) $(3.x^{-1})^2.(4.y^{-1})^3.(2.z)^{-2}$

i) $\left[\left(\frac{a^{-2}.b^{-2}}{3.a^{-1}.b^2}\right)^2\right]^{-1}$

j) $\left[\left(-\frac{2^2.x^{-2}.y^0}{3^2.x^3.y^{-2}}\right)^{-2}\right]^{-2}$

k) $\frac{u^{-1}-v^{-1}}{v-u}$

12.- Reescriba cada número sin radicales ni exponentes y sin usar calculadora.

a) $\sqrt{81}$

b) $\sqrt[5]{-32}$

c) $9^{1/2}$

d) $32^{2/5}$

e) $-25^{1/2}$

f) $(-32)^{3/5}$

g) $\left(\frac{4}{9}\right)^{1/2}$

h) $\left(-\frac{8}{125}\right)^{1/3}$

i) $8^{-2/3}$

j) $-\left(-\frac{8}{27}\right)^{-2/3}$

13.- Realice la operación indicada y escriba la respuesta sólo con exponentes positivos y con una expresión sencilla.

a) $3^{1/3}.3^{5/3}$

b) $\dfrac{3^{-5/4}}{3^{-1/4}}$

c) $\dfrac{2^{-1/2}.3^{2/3}}{2^{3/2}.3^{-1/3}}$

d) $\left[(-3)^{1/3}\right]^2$

e) $x^{2/4}.x^{-1/5}$

f) $\dfrac{x^{7/3}}{x^{-2}}$

g) $\left(\dfrac{x^3}{-27.x^{-6}}\right)^{-2/3}$

h) $\left(\dfrac{r^n}{r^{5-2.n}}\right)^4$

i) $x^{2/5}.\left(x^2-2.x^3\right)$

j) $3.y^{1/3}.\left(y^{2/3}-1\right)^2$

14.- Resuelva aplicando propiedades, y sin el uso de la calculadora.

a) $2^{-4}+2^{-3}+2^{-4}=$

b) $\dfrac{\left(\frac{3}{2}\right)^2.\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}}{\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}}$

c) $\sqrt[3]{81.\dfrac{1}{\sqrt{1+512^{1/3}}}}-\dfrac{\frac{2}{3}}{\sqrt{\dfrac{\frac{8}{3}}{\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}}}}=$

d) $2^{-4}.2^{-3}+2^{-4}=$

e) $\sqrt{\left(\sqrt{2}+1\right).\left(\sqrt{2}-1\right)}=$

f) $\dfrac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}}.\left(\dfrac{3}{2}\right)^{-2}=$

g) $\left[\sqrt{\sqrt[3]{8}}.\sqrt[6]{2^3}\right]^{18}=$

h) $\dfrac{\left[\sqrt{0,09}+\frac{1}{2}+0,7\right]^2-\left[0,7-\left(\frac{1}{5}\right)^2\right]^2}{\frac{3}{2}-\sqrt{0,25}}=$

i) $\sqrt[3]{\left(1-\sqrt{9}\right).\left(\sqrt{9}+1\right)}=$

15.- Resuelva las siguientes operaciones combinadas.

a) $\dfrac{\left(3-\frac{1}{2}\right)^{-2}}{\frac{1}{3}}-\left(2-\dfrac{1}{2}\right)^{-3}=$

b) $1,0\widehat{3}-\sqrt{1,44+0,25}.\left(\dfrac{2^3}{5}\right)=$

c) $\sqrt[3]{1-\dfrac{7}{8}}+\left(1+\dfrac{1}{2}\right)^2-\sqrt{3-\dfrac{3}{4}}=$

d) $\sqrt[5]{\dfrac{2-\frac{1}{4}}{8}-\dfrac{3}{16}}+\left[\dfrac{3}{4}.\left(-\dfrac{1}{2}\right)+\dfrac{7}{8}\right]^2=$

e) $\left(\dfrac{4}{30}-2,\widehat{9}\right)^3-\sqrt{\dfrac{27}{2^4}}=$

f) $\sqrt{\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{2}{3}\right).\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{-1}.\left(1+\dfrac{1}{3}\right)}=$

16.- Halle el valor de la incógnita aplicando la definición y las propiedades del logaritmo.

a) $\log_5(125) = k$
b) $\log(p) = -3$
c) $\log_b(128) = 7$
d) $\log_{81}(3) = m$
e) $\log_2(4^7) = x$
f) $\log_d(\sqrt[3]{5}) = 3^{-1}$
g) $\log(1000) - \dfrac{\log_{12}(1)}{3} = x$
h) $\log_2(\sqrt{2}).\log_3\left(\sqrt[3]{3^4}\right) - \log(y) = -2$

17.- Escriba el logaritmo de la variable del miembro de la izquierda en función de los logaritmos de cada variable del otro miembro siempre que sea posible.

a) $F = \dfrac{m.v^2}{r}$
b) $x = 2^5.3^4.2^7$
c) $t = \sqrt{\dfrac{2.e}{g}}$
d) $f = \dfrac{G.m_1.m_2}{d^2}$
e) $m = (90+10).\sqrt[3]{n}$
f) $p = \dfrac{m-n}{p.q}$

18.- Resuelva las siguientes ecuaciones e inecuaciones, y grafique las soluciones halladas en un par de ejes de coordenadas cartesianas.

a) $x - 5 = 4x + 10$
b) $y + 2(y-3) = 4$
c) $\dfrac{x+2}{3} - \dfrac{2-x}{6} = x - 2$
d) $2x + 3 = 2x$
e) $2x^2 - 10x = 20 - 4x$
f) $\dfrac{1}{4}x^2 + 1 = \dfrac{3}{2}x - \dfrac{5}{4}$
g) $y + 2(y-3) \neq 4$
h) $\dfrac{1-t}{2} < \dfrac{3t-7}{3}$
i) $12x + 3y = 6$
j) $\dfrac{8}{3}y - \dfrac{5}{3} + \dfrac{4}{3}x = 0$
k) $7x + 2y - 3 > -1 + x$
l) $10x - 3 \leq 2y + 5$
m) $\dfrac{5 - x^2 + 4x}{x-5} = 0$

19.- Pase los siguientes enunciados al lenguaje matemático y resuélvalos.

a) Un número más el siguiente de dicho número es igual al anterior de dicho número más seis.
b) Un número más el anterior a dicho número es igual al siguiente de dicho número más seis.
c) La suma de dos números consecutivos es 139.

20.- Una con flechas cada enunciado con la expresión simbólica que le corresponde.

Un número	X
El doble de dicho número	$x^2 - 1$
La mitad de ese número	2.x
El doble del siguiente de dicho número	2.x + 1
El siguiente del doble de dicho número	$(x - 1)^2$
El anterior al doble de dicho número	$2.(x + 1)$
El cuadrado del anterior a dicho número	$\frac{x}{2}$
El anterior al cuadrado de dicho número	2.x – 1

SOLUCIONES DEL TRABAJO PRÁCTICO DE NÚMEROS REALES

1.-
a) V
b) V
c) F: pues los $N = \{x / x \in Z \quad x > 0\}$
d) F: $\frac{4}{2} = 2 \in N \Rightarrow 2 \in Z \quad 2 > 0$
e) V
f) V
g) V
h) F: el cero no es ni positivo ni negativo.

2.-

15	$\in$	N	0	$\in$	Q
$1,41421$	$\notin$	I	2007	$\in$	Z
-3	$\in$	Z	$3/7$	$\in$	R
π	$\notin$	Q	-5	$\notin$	I

3.-

Z		R	N		Q
$\{0\}$	$\not\subset$	N	Q	$\not\subset$	I
I		R	Q		R
$\left\{0; \frac{1}{3}; 1,732\right\}$		Q	$\{-\sqrt{3}; 0; \sqrt{3};\}$	$\not\subset$	I

4.-
a) $\frac{2}{9}$
b) $\frac{2}{9}$
c) $\frac{547}{999}$
d) $\frac{493}{900}$
e) Imposible: $\pi \notin Q$
f) $\frac{59}{25}$
g) Imposible: $\sqrt{3} \notin Q$
h) Imposible: $e \notin Q$
i) $\frac{221}{27}$
j) $\frac{99053}{9900}$
k) $\frac{499}{15}$
l) $\frac{1511}{10}$

5.-
a) Q
b) R
c) Z
d) $\emptyset$
e) I
f) R
g) $\emptyset$
h) N

i)
$S \cap N = \{12; 571\}$
$S \cap Q = \{12; 5/3; 0; -38; 571; -1/10; 0,\hat{6}; 16,34\}$
$S \cap I = \{\sqrt{7}; -\sqrt{2}; \pi\}$
$S \cap Z = \{12; 0; -38; 571\}$

j)
$S \cap N = \{26; 3; 1\}$
$S \cap Q = \{-1/4; 26; 3; -\sqrt{9}; 0,\hat{3}; -6214; 4/7; 1\}$
$S \cap I = \{\sqrt{3}; 1/2\,\pi\}$
$S \cap Z = \{26; 3; -\sqrt{9}; 6214; 1\}$

6.-
a) $\{-10; -7; -\sqrt{5}; -2; -7/4; -5/3; -1; 0; 2/3; 3/4; \sqrt{2}; 3; 5\}$
b) $\{-8; -\sqrt{3}; -3/2; -\sqrt{2}; 1,26; \pi/2; 3; \pi; 11/3; 4; 21/4\}$

7.-
a) $(2;\infty)$
b) $(-4;4]$
c) $(-\infty;8]$
d) $(3;9)$
e) $(2;12)$
f) $R-(-4;4]$
g) $[-5;5]$
h) $R-[3;6]$
i) $(2;12)$
j) $[4;\infty)$
k) $[-5;5]$
l) $R-[3;6]$
m) $(-4;0]$
n) $[0;\infty)$

8.-
a) $\{x / x \in R \wedge 2 < x < 7\}$
b) $\{x / x \in R \wedge -3 \leq x \leq 6\}$
c) $\{x / x \in R \wedge -5 < x \leq 4\}$
d) $\{x / x \in R \wedge -10 \leq x < -2\}$
e) $\{x / x \in R \wedge -5 < x < 5\}$
f) $\{x / x \in R \wedge 1 \leq x \leq 9\}$
g) $\{x / x \in R \wedge -8 \leq x < 3\}$
h) $\{x / x \in R \wedge -7 < x \leq 0\}$
i) $\{x / x \in R \wedge 8{,}5 \leq x < 9\}$
j) $\{x / x \in R \wedge -3 < x\}$
k) $\{x / x \in R \wedge 3 \leq x\}$
l) $\{x / x \in R \wedge x < 0\}$
m) $\{x / x \in R \wedge -4 < x\}$
n) R
o) $\{x / x \in R \wedge x \leq 2\}$
p) $\{x / x \in R \wedge x < 10\}$
q) $\{x / x \in R \wedge x \leq 7\}$
r) $\{x / x \in R \wedge x = 3\} = \{3\}$

9.-
$\{-3;13\}$
$\{-2; -\frac{2}{3}\}$
(-9;-5)
$\{-\frac{1}{3};1\}$
[0;16]
$[0;\frac{1}{2})$
$(-\infty;-11] \cup [5;\infty) = R - (-11;5)$
[2;3]
R
$(-\infty;-\frac{27}{2}) \cup (-\frac{3}{2};\infty) = R - [-27;-\frac{3}{2}]$

10.-
a) -8
b) $\frac{16}{81}$
c) -16
d) -16
e) $-\frac{5}{9}$
f) 1
g) No puede resolverse
h) $\frac{4}{1000} = 0{,}0004$
i) $\frac{100}{9}$
j) 1
k) $\frac{1}{32}$
l) 4
m) $\frac{1}{25}$
n) No puede resolverse

11.-
a) $\frac{1}{2}x^5$
b) 2.3.x
c) $\frac{2^3 y^6}{x^6}$
d) $\frac{2v^6}{u^2}$
e) $\frac{3}{2uv^2}$
f) $\frac{2^2 3^2}{r^6 s^2}$
g) $\frac{2^2 u^4}{3^2 v^5}$
h) $\frac{3^2 2^4}{x^2 y^3 z^2}$
i) $3^2 a^2 b^8$
j) $\frac{2^8 y^8}{3^8 x^{20}}$
k) $\frac{1}{uv}$

12.-
a) 9
b) -2
c) 3
d) 4
e) -5
f) -8
g) $\frac{2}{3}$
h) $-\frac{2}{3}$
i) $\frac{1}{4}$
j) $-\frac{9}{4}$

13.-

a) 3^2

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{3}{2^2}$

d) $3^{2/3}$

e) $x^{3/10}$

f) $x^{13/3}$

g) $\frac{3^2}{x^6}$

h) $\frac{r^{12n}}{r^{20}} = r^{12n-20}$

i) $x^{12/5} - 2x^{17/5} = x^{12/5}(1-2x)$

j) $3y^{5/3} - 6y + 3y^{1/3}$

14.-

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{27}{8}$

c) $\frac{8}{3}$

d) $\frac{9}{128}$

e) 1

f) $\frac{3}{2}$

g) 262.144

h) $\frac{1134}{625}$

i) -2

15.-

a) $\frac{124}{675}$

b) $-\frac{157}{150}$

c) $\frac{5}{4}$

d) $\frac{3}{4}$

e) $-\frac{79.507}{3.375} - \frac{3}{4}\sqrt{3} \cong -24{,}8566$

f) $\frac{2}{3}$

16.-

a) k=3

b) p=0,001

c) x=2

d) $m=\frac{1}{4}$

e) x=14

f) d=5

g) x=3

h) $y=10^{8/3}$

17.-

a) $\log_a F = \log_a m + 2\log_a v - \log_a r$

b) $\log_a x = 12\log_a 2 + 4\log_a 3$

c) $\log_a t = \frac{1}{2}(\log_a 2 + \log_a e - \log_a g)$

d) $\log_a f = \log_a G + \log_a m_1 + \log_a m_2 - 2\log_a d$

e) $\log_a m = \log_a 100 + \frac{1}{3}\log_a n$

f) $\log_a p = \frac{\log_a (m-n) - \log_a q}{2} = \frac{1}{2}[\log_a (m-n) - \log_a q]$

18.-
a) $x=-5$
b) $y=\frac{10}{3}$
c) $x=\frac{14}{3}$
d) No tiene solución
e) $x_1 = 5$ y $x_2 = -2$
f) $x_1 = 5{,}121$ y $x_2 = 0{,}878$
g) $y \ddagger \frac{10}{3}$
h) $t > \frac{17}{9}$
i) $y=-4x+2$
j) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{8}$
k) $y>-3x+1$
l) $y \ddagger 5x - 4$
m) $x=-1$

19.-
a) $x+(x+1)=(x-1)+6$ — $x=4$
b) $x+(x-1)=(x+1)+6$ — $x=8$
c) $x+(x+1)=139$ — Los números son 69 y 70

20.-

Un número	x
El doble de dicho número	$2x$
La mitad de ese número	$x/2$
El doble del siguiente de dicho número	$2.(x + 1)$
El siguiente del doble de dicho número	$2.x + 1$
El anterior al doble de dicho número	$2.x – 1$
El cuadrado del anterior a dicho número	$(x – 1)^2$
El anterior al cuadrado de dicho número	$x^2 -1$

FUNCIONES

1.- Definición de función. Dominio e imagen de una función.
2.- Función lineal. Distintos tipos de ecuaciones de la recta. Significado de los coeficientes. Rectas paralelas y perpendiculares. Dominio e imagen. Intersección entre rectas.
3.- Función cuadrática. Distintos tipos de ecuaciones de la parábola. Significado de los coeficientes. Dominio e imagen. Intersección entre parábolas y entre rectas y parábolas.

1.- Dadas las funciones:

a) $f(x) = 3.x^2 - 2.x;$ halle $f(1); f(2); f\left(\frac{1}{2}\right)$

b) $f(x) = \dfrac{1}{x};$ halle $f\left(-\frac{1}{3}\right); f(x+1)$

c) $f(x) = x^2;$ halle $f\left(x^2\right); f(x+5.a)$

2.- Dados los conjuntos $K = \{1;3;5;7\}$ y $M = \{10;20;30;40;50;60\}$

a) Encuentre todos aquellos pares ordenados de elementos $(x;y)$, en donde $x \in K$; y $y \in M$.
b) Identifique de todos los pares ordenados encontrados en el apartado anterior aquéllos que verifiquen que $y = 10x$.
c) Identifique todos los pares que verifican la relación $y \neq 10x$.

3.- Considere los conjuntos $A = \{0;1;2;3;4\}$ y $B = \{2;4;6;8;10\}$. Si se define una relación mediante la desigualdad $y \leq 2.x$, donde $x \in A$, $y \in B$, escriba la relación como conjunto de pares ordenados $(x;y)$, y determine el dominio y la imagen. Represente mediante diagramas de Venn y en ejes cartesianos.

4.- Hallar el dominio de f, siendo:

a) $f(x) = x^4 - 3.x^2 + 5$

b) $f(x) = \dfrac{3-x}{x-4}$

c) $f(x) = \sqrt{x-8}$

d) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5}$

e) $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$

f) $f(x) = \dfrac{1}{3.x^2 - 9}$

g) $f(x) = \sqrt[3]{2.x^2 - 6}$

h) $f(x) = \sqrt[4]{x}$

i) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5.x + 6}$

j) $f(x) = \sqrt{x^2 + 7.x - 18}$

k) $f(x) = 3.e^{2.x}$

l) $f(x) = \sqrt{4 - x^2} + \dfrac{1}{\sqrt{2.x - 1}}$

5.- Considerar las funciones reales definidas por las fórmulas

$f(x) = 2.x^2 + 5.x$ $\qquad g(x) = \dfrac{1}{x+3}$ $\qquad h(x) = 2.x - 6$

a) Determinar el dominio de f; g y h.
b) Analizar, justificando la respuesta, la verdad de las siguientes afirmaciones:
   i) $-5 \in Im(f)$
   ii) $0 \in Im(f)$
   iii) $\pi \in Im(h)$
   iv) $0 \in Im(g)$
   v) $-4 \in Im(g)$
   vi) $Im(h)=R$

6.- Una agencia de renta de automóviles, los alquila a razón de $10 el día más $0,20 por kilómetro recorrido. Si y es el costo en pesos de alquilar el automóvil por día, y x indica el número de kilómetros recorridos en un día:

a) Determinar la función y=f(x) que expresa el costo diario de renta de un automóvil.
b) ¿Cuál es f(250)? ¿Qué representa?
c) Si se dispone de $210 ¿Cuántos kilómetros pueden recorrese en un día?
d) Comentar el dominio restringido de esta función.

7.- Por un curso destinado a productores agropecuarios se deben abonar, en total, $2400. Ese importe se reparte en partes iguales entre los asistentes, que no pueden superar los 20. Realice una tabla de valores para distinta cantidad de asistentes, y grafique. Diga cuál es el dominio y cuál la imagen de esta función.

8.- Sabiendo que una recta puede escribirse con su ecuación:

* explícita o polinómica $y = ax + b$
* segmentaria $1 = \frac{x}{c} + \frac{y}{d}$
* implícita o general $Ax + By + C = 0$

pase cada una de las siguientes, a sus dos expresiones equivalentes cuando ello sea posible:

a) $y = 2x - 1$
b) $2x - 3y + 6 = 0$
c) $y = -1{,}5x - 4$
d) $x/3 + y/-4 = 1$
e) $y + 2/3\,x - 1 = 0$
f) $y = 4x - 7$
g) $y = -8$
h) $x = -17/3$

9.- Grafique las rectas del apartado anterior y encuentre las relaciones de las mismas con los distintos parámetros.

10.- Considere la recta $y = 1/2 . x + 5$.

a) ¿Cuáles de los siguientes puntos pertenecen al gráfico de la recta?
(5; 0) (-2; 4) (-10; 0) (1/2; 5)
b) Realice su gráfico.
c) Encuentre los puntos de intersección con los ejes coordenados.

11.- En los enunciados siguientes encuentre una ecuación de la recta que satisfaga las condiciones planteadas:

a) Pasa por (2;8) y tiene pendiente 6
b) Pasa por el origen y tiene pendiente -5
c) Pasa por (-2;5) y tiene pendiente -1/4
d) Pasa por (-2;5) y tiene pendiente 1/4
e) Tiene pendiente 2 y su intersección con el eje y es 3.
f) Tiene pendiente -1/2 y su intersección con el eje y es -3.
g) Tiene pendiente 0 y su intersección con el eje y es -3.
h) Es horizontal y pasa por (-3;-2)
i) Es vertical y pasa por ((-1;4)
j) Pasa por (0:0) y (2:3)
k) Pasa por (-6:1) y (1;-4)

12.- Para cada par de rectas que se dan a continuación, diga si son paralelas, perpendiculares o ninguna de las dos.

a) $y = 7x + 2; \; y = 7x - 3$
b) $y = 5x + 2; \quad -5x + y - 3 = 0$
c) $-x + 2y + 1 = 0; \quad y = -2x$
d) $3x + y = 4; \quad x - 3y + 1 = 0$

13.- En una facultad se ha realizado un mapa a escala de sus instalaciones, figurando la puerta de entrada al laboratorio con las coordenadas (3,5;-1), la de biblioteca con (-1;4,5) y aula A con (2;3). Encontrar las ecuaciones explícitas de las rectas que conectan cada uno de los lugares mencionados con los otros dos.

14.- Para regular su temperatura en relación con el calor ambiental, las ovejas aumentan su ritmo respiratorio *r* (por minuto) cuando la longitud de la lana *l* (en centímetros) disminuye. Suponga que una oveja con una longitud de lana de 2cm tiene un ritmo respiratorio (promedio) de 160, y aquéllas con una longitud de lana de 4cm tienen un ritmo respiratorio de 125. Suponga que *r* y *l* están relacionadas linealmente.

a) Determine una ecuación que dé *r* en términos de *l*.
b) Determine el ritmo respiratorio de una oveja con una longitud de lana de 1cm.

15.- En pruebas de una dieta para cerdos, se determinó que el peso (promedio) *p* (en kilogramos) de un cerdo estadísticamente era una función lineal del número de días *d* después de iniciada la dieta, donde $0 \le d \le 100$. Si el peso de un cerdo al inicio de la dieta fue de 20kg y después ganó 6,6kg cada 10 días, determine *p* como una función de *d*; y calcule el peso de un cerdo para 50 días después que inicia la dieta.

16.- Un consultor de pronósticos se sirve de la ecuación $n = 9{,}6 + 0{,}20.t$ para predecir el número de mujeres entre 35 y 44 años que estarán en la fuerza de trabajo, n es el número de mujeres entre 35 y 44 años que estarán en la fuerza de trabajo (medida en millones) y t indica el tiempo en años a partir de 1991 (t=0 corresponde a 1991)

a) Grafique la ecuación.
b) Identifique la pendiente y la intersección con el eje vertical.
c) Interprete el resultado de la pendiente y de la intersección con n.
d) Prediga el número de mujeres de este grupo de edad que pertenecerán a la fuerza de trabajo en el año 2005. ¿Y cuántas serán en el 2015?

17.- En una clínica, 30 médicos están estudiando dos opciones para realizar las facturaciones.

1.) Contratar una empresa que cobra \$3000 anuales más \$0,95 por factura procesada

2.) Comprar un sistema de cómputos con un experto en computación cuyo costo anual es de \$15000 más \$0,65 por factura.

a) Halle el número de pacientes tal que el costo sea el mismo usando cualquiera de las dos opciones.
b) ¿Cuándo conviene contratar los servicios de una empresa?
c) Suponga que el gerente administrativo no está convencido de que el procesamiento por computadora sea el más económico, y estima que haciéndolo manualmente cuesta al grupo médico \$1,25 por factura. Compare esta opción con las otras y exprese su opinión.
d) Grafique.

18.- Una fórmula utilizada en hidráulica es $Q = 3{,}340.b^3 + 1{,}8704.b^2.x$, donde b es una constante

a) ¿La gráfica de esta ecuación es una línea recta?
b) De ser así, ¿Cuál es la pendiente cuando b=1?

19.- Los antropólogos extrapolan con frecuencia la apariencia de un ser humano a partir de las partes de un esqueleto descubierto. Por ejemplo, se ha determinado que existe una relación lineal entre la longitud f del fémur (hueso del muslo) y la altura h del humano del que proviene el hueso. Suponga que se sabe que un fémur de longitud 47,5cm corresponde a una altura de 177,8cm y que un fémur de 39,1cm de largo corresponde a una altura de 146,3cm.

a) Escriba una ecuación que exprese la altura en términos de la longitud del fémur.
b) Escriba una ecuación que permita predecir la longitud del fémur de un ser humano, conocida su altura.
c) ¿Qué altura corresponde a un fémur con 52cm de largo?

20.- Sabiendo que la ecuación de una parábola puede escribirse en forma:

* polinómica $y = ax^2 + bx + c$
* factorizada $y = a(x - x_1)(x - x_2)$
* canónica $y = a(x - x_v)^2 + y_v$

a) pase a la forma polinómica:

i) $y = (x - 5)(x + \frac{3}{2})$
ii) $y = \frac{1}{3}(x - 1)^2 - 3$
iii) $y = \frac{2}{5}(x + 2)^2$
iv) $y = 5(x - 2)^2 + 1$

b) escriba en forma factorizada:

i) $y = x^2 + x - 6$
ii) $y = -x^2 + 5x - 6$
iii) $y = 2(x + 3)^2 + 8$
iv) $y = 2{,}5(x + 1)^2 - 3$

c) exprese en forma canónica:

i) $y = (x - 1)(x + 2)$
ii) $y = x^2 + 3x + 5$
iii) $y = -2(x - 1)(x + 2)$
iv) $y = 3x^2 - \frac{13}{2}x - \frac{5}{2}$

21.- Represente gráficamente cada grupo de funciones en el mismo sistema de coordenadas, analizando la incidencia de los distintos parámetros:

a) $y = 2x^2$; $y = \frac{1}{2}x^2$; $y = -\frac{1}{4}x^2$

b) $y = \frac{1}{2}x^2 + 3$; $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$

c) $y = x^2 + 3x - 8$; $y = x^2 - 3x - 8$

22.- Considere la parábola $y = \frac{1}{2}.x^2 - 3x + 5$, y reconozca si los siguientes puntos pertenecen o no a la misma.

(0;5) (-1;17/2) (-2; 11) (1;-17/2) (-2;13)

23.- Completar la siguiente tabla y graficar en forma aproximada

Ecuación	Eje de simetría	Coordenadas del vértice	Raíces reales
$y = (x + 2)^2$			
$y = (x + 2)^2 - 3$			
$y = x^2 - 4x + 7$			
$y = (x + 2)(x - 2)$			
$y = -2(x + 1)^2$			

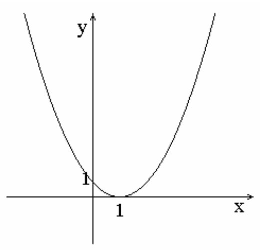
24.- Se presentan tres tablas de valores, tres ecuaciones y tres gráficas, que representan a tres funciones. Vincule cada ecuación con su gráfica y su tabla de valores y anote las conclusiones en el cuadro de relaciones que figura al final del presente enunciado.

Tabla 1	
X	Y
0	1
1	4
-1	0

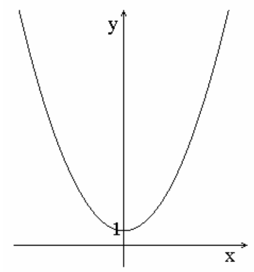
Tabla 2	
X	Y
0	1
1	2
-1	2

Tabla 3	
X	Y
0	1
1	0
-1	4

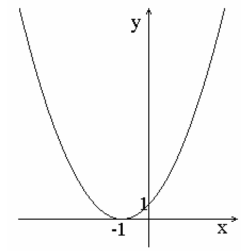
a) $y = (x - 1)^2$ b) $y = x^2 + 1$ c) $y = x^2 + 2x + 1$



a)



b)



c)

Relaciones:

Tabla	Ecuación	Gráfico

25.- Cada columna de datos de la siguiente tabla puede o no pertenecer a una parábola. Si la coherencia entre los valores le permite concluir que la respuesta es afirmativa, realice la gráfica en forma aproximada. Si su respuesta es negativa, fundaméntela.

	Raíces de la ecuación	Eje de simetría	Coordenadas del vértice	Ordenada al origen	Signo de "a"
i	$x_1=2$; $x_2=-4$	x=-1	(-1; -9)	y(0)= 8	negativo
ii	$x_1=-1$; $x_2=3$	x=1	(1; -4)	y(0)=-3	positivo
iii	$x_1=4$; $x_2=-2$	x=1	(1; 6)	y(0)=8	negativo
iv	$x_1=4$; $x_2=-2$	x=1	(1; 6)	y(0)=16/3	positivo
v	$x_1=2$; $x_2=-4$	x=3	(-1; 6)	y(0)=9	negativo
vi	$x_1=1$; $x_2=3$	x=2	(2; -1)	y(0)=3	positivo

26.- Una persona decide construir un corral rectangular que pueda contener la mayor cantidad de animales. Se sabe que cada animal necesita $2m^2$ para vivir, que el cerco será de 7 hilos de alambre y que se dispone de un total de 1400 m. ¿Cuántos animales podrá contener el corral de máxima superficie?

27.- Al lanzar un proyectil, la altura "y" (expresada en metros) que alcanza el mismo en función del tiempo transcurrido "x" (en segundos) está dada por

$$-5x^2 + \frac{3}{2}x = y$$

¿Cuándo alcanza la altura máxima? ¿Cuándo es nula? ¿Cuándo asciende y cuándo desciende?

28.- Un mono se encuentra colgado de la rama de un árbol, cuando descubre que en el piso hay una fruta, y decide bajar a buscarla. La fórmula siguiente describe la altura a la que se encuentra el mono en cada momento de su caída: $h(t)=7,2-5t^2$.

a) ¿Cuánto tarda el mono en tocar el suelo?
b) ¿En qué instante se encuentra a 1m de altura?
c) ¿A qué distancia del suelo se encuentra el mono cinco décimas de segundo después de haberse soltado?

29.- Un productor tiene una plantación de una hectárea con 40 naranjos; cada uno de ellos produce 500 naranjas por año. La función que describe la producción en función de los naranjos agregados es: $P(x)=20000+300x-5x^2$.

a) ¿Cuántas plantas debe tener para que la producción de naranjas sea máxima?
b) Por cada planta incorporada la producción de cada naranjo disminuirá en 5 unidades, dado que los nutrientes del suelo tiene un potencial limitado. ¿Con cuántas plantas se anularía la producción?

30.- En una isla se introduce una cantidad de abejas el 1 de marzo. La siguiente función permite calcular la cantidad de abejas que hay en la isla x días después del 1 de marzo: $C(x)=-2x^2+40x+600$.

a) ¿Qué día la población de abejas es mayor?
b) ¿Cuál es la mayor cantidad de abejas que llega a haber en la isla?
c) ¿Cuándo se extinguen las abejas?

31.- Encontrar la fórmula de una función cuadrática cuyo vértice sea (-3; 9) y pase por el punto (1; 41).

32.- Sabiendo que las raíces de una función cuadrática son –3 y 5, y que pasa por el punto (2; 15), hallar su fórmula.

SOLUCIONES DEL TRABAJO PRÁCTICO DE FUNCIONES

1.- a) $f(1) = 1$
$f(2) = 8$
$f(\frac{1}{2}) = -\frac{1}{4}$

b) $f(-\frac{1}{3}) = -3$
$f(x+1) = \dfrac{1}{x+1}$

c) $f(x^2) = x^4$
$f(x+5a) = x^2 + 10xa + 25a^2$

2.- a) $\left\{ \begin{array}{l} (1;10),(1;20),(1;30),(1;40),(1;50),(1;60),(3;10),(3;20),(3;30),(3;40),(3;50),(3;60), \\ (5;10),(5;20),(5;30),(5;40),(5;50),(5;60),(7;10),(7;20),(7;30),(7;40),(7;50),(7;60) \end{array} \right\}.$

b) $\{(1;10),(3;30),(5;50)\}$

c) $\{(1;10),(1;20),(1;30),(1;40),(1;50),(1;60),(3;30),(3;40),(3;50),(3;60),(5;50),(5;60)\}$

3.- $R = \{(1;2),(2;2),(2;4),(3;2),(3;4),(3;6),(4;2),(4;4),(4;6),(4;8)\}$
$Dom = \{1;2;3;4\}$
$Im = \{2;4;6;8\}$

4.- a) R
b) $R - \{4\}$
c) $[8;\infty)$
d) $R - (-5;5)$
e) R
f) $R - \{x / x^2 = 3\} = R - \{\sqrt{3};-\sqrt{3}\}$
g) R
h) $[0;\infty)$
i) $R - (2;3) = (-\infty;2] \cup [3;\infty)$
j) $R - (9;2) = (-\infty;-9] \cup [2;\infty)$
k) R
l) $[-2;2] \cap (\frac{1}{2};\infty) = (\frac{1}{2};2]$

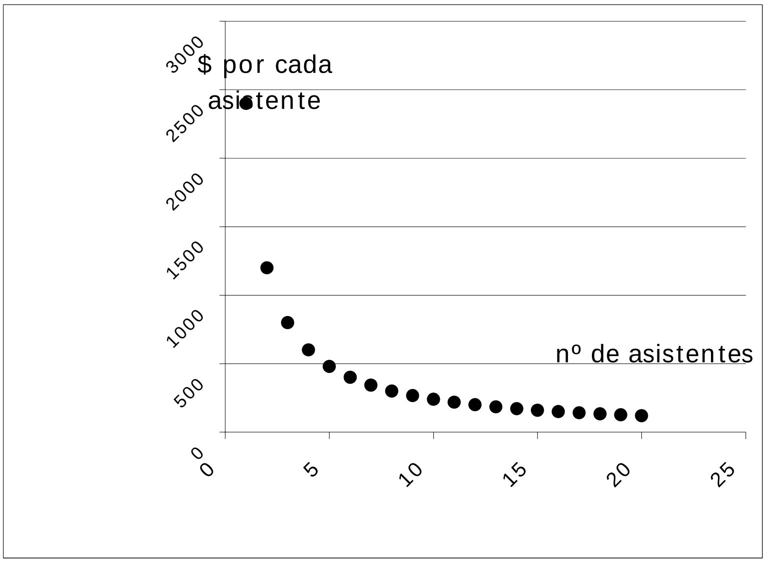
5.- $Dom\, f = R$
a) $Dom\, g = R - \{-3\}$
$Dom\, h = R$

b)
i) Falso.
ii) Verdadero.
iii) Verdadero.
iv) Falso.
v) Verdadero.
vi) Verdadero.

6.- $y = f(x) = 10 + 0{,}20x$
f(250)=60. Representa el costo que deberá abonar quien recorra 250Km en un día.
1000Km
Si bien el Dom f = R por ser f una función lineal, en el contexto del problema el dominio de la función se reduce a los reales no negativos, pues x representa el número de Km recorridos en un día. (También debería haber un límite superior)

7.-

1	2400
2	1200
3	800
4	600
5	480
6	400
7	342,857143
8	300
9	266,666667
10	240
11	218,181818
12	200
13	184,615385
14	171,428571
15	160
16	150
17	141,176471
18	133,333333
19	126,315789
20	120



8.-

$FE: y = 2x - 1$

a) $FS: \frac{x}{1/2} + \frac{y}{-1} = 1$

$FI: 2x - y - 1 = 0$

$FE: y = \frac{2}{3}x + 2$

b) $FS: \frac{x}{-3} + \frac{y}{2} = 1$

$FI: 2x - 3y + 6 = 0$

$FE: y = -1{,}5x - 4$

c) $FS: \frac{x}{-8/3} + \frac{y}{-4} = 1$

$FI: 3x + 2y + 8 = 0$

$FE: y = \frac{4}{3}x - 4$

d) $FS: \frac{x}{3} + \frac{y}{-4} = 1$

$FI: 4x - 3y - 12 = 0$

$FE: y = -\frac{2}{3}x + 1$

e) $FS: \frac{x}{3/2} + \frac{y}{1} = 1$

$FI: \frac{2}{3}x + y - 1 = 0$

$FE: y = 4x - 7$

f) $FS: \frac{x}{7/4} + \frac{y}{-7} = 1$

$FI: 4x - y - 7 = 0$

$FE: y = -8$

g) FS: no se puede

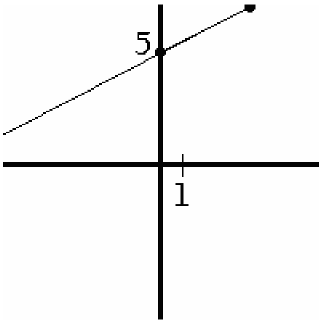
$FI: y + 8 = 0$

FE: no se puede

h) FS: no se puede

$FI: 3x + 17 = 0$

10.- a) $(5;0)$ ˇ Recta $(-2;4)$ ¸ Recta $(-10;0)$ ¸ Recta $(\frac{1}{2};5)$ ¸ Recta

b) 

c) Intersección con el eje x: (0;5), y con el eje y: (-10;0)

11.- a) $y = 6x - 4$
b) $y = -5x$
c) $y = -\frac{1}{4}x + \frac{9}{2}$
d) $y = \frac{1}{4}x + \frac{11}{2}$
e) $y = 2x + 3$
f) $y = -\frac{1}{2}x + 3$
g) $y = -3$
h) $y = -2$
i) $x = -1$
j) $y = \frac{3}{2}x$
k) $y = -\frac{5}{7}x - \frac{23}{7}$

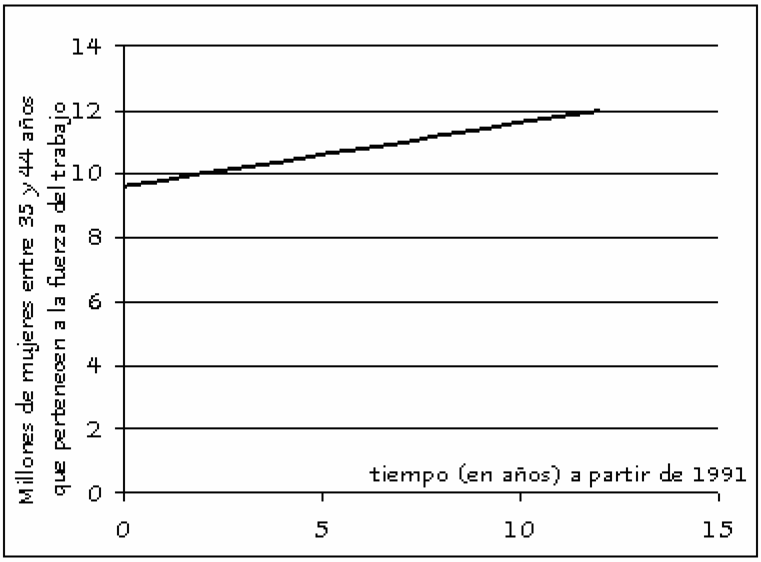
12.- a) Son paralelas.
b) Son paralelas.
c) No son ni paralelas ni perpendiculares.
d) Son perpendiculares.

13.- $y_{LB} = -\frac{11}{9}x + \frac{59}{11}$ $y_{LA} = -\frac{8}{3}x + \frac{25}{3}$ $y_{AB} = -\frac{1}{2}x + 4$

14.- a) $r(l) = -17{,}5l + 195$ b) r(1)=177,5

15.- $p(d) = 0{,}66d + 20$ p(50)=53

16.- a)

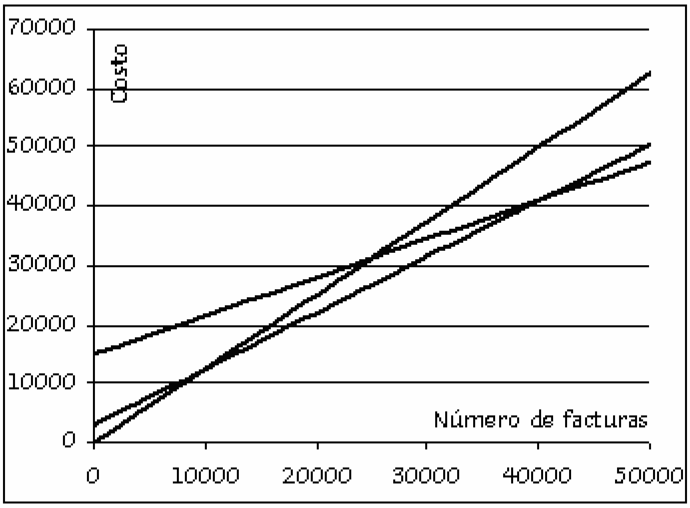


b) Pendiente=0,2 y la intersección con el eje de las y es el punto (0; 9,6)
c) Ordenada al origen: valor de n cuando t=0, es decir, millones de mujeres entre 35 y 44 años que están en la fuerza del trabajo en 1991.
Pendiente: millones de mujeres entre 35 y 44 años que ingresan a la fuerza del trabajo por año.
d) 2005 | 12,4
2015 | 14,4

17.-

a) 40.000 pacientes.
b) Menos de 40.000 facturas → empresa 2, más de 40.000 facturas → empresa 1.
$f \le 10.000 \Rightarrow$ empresa 3
c) $10.000 \le f \le 40.000 \Rightarrow$ empresa 2
$40.000 \le f \Rightarrow$ empresa 1
por otro lado, conviene la 3 frente a la 2 hasta las 25.000 facturas.

d)



18.- a) Sí.

b) 1,8704

19.- a) $h = \dfrac{155}{42} f + \dfrac{1051}{420} \cong 3{,}69f + 2{,}50$

b) $h(52) = \dfrac{27217}{140} \cong 194{,}407$

20.- a)

i) $y = x^2 - \dfrac{7}{2}x - \dfrac{5}{2}$

ii) $y = \dfrac{1}{3}x^2 - \dfrac{2}{3}x - \dfrac{8}{3}$

iii) $y = \dfrac{2}{5}x^2 + \dfrac{8}{5}x + \dfrac{8}{5}$

iv) $y = 5x^2 - 20x + 21$

b)

i) $y = (x - 2)(x + 3)$

ii) $y = -(x - 2)(x - 3)$

iii) No se puede escribir en forma factorizada.

iv) $y = 2{,}5\,(x + 0{,}09)(x - 2{,}09)$

c)

i) $y = \left(x + \dfrac{1}{2}\right)^2 - \dfrac{9}{4}$

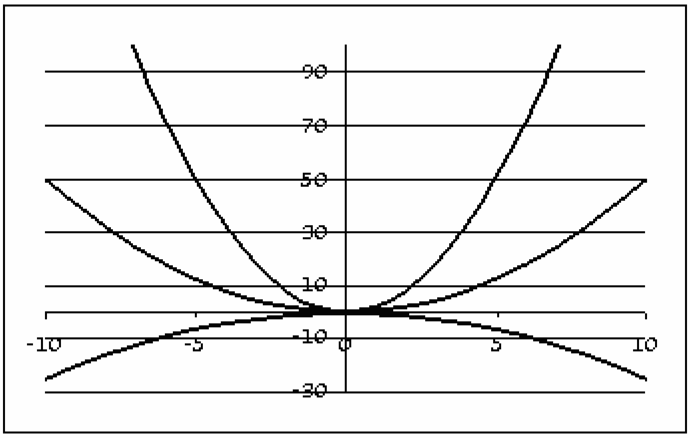
ii) $y = \left(x + \dfrac{3}{2}\right)^2 + \dfrac{11}{4}$

iii) $y = -2\left(x + \dfrac{1}{2}\right)^2 - \dfrac{9}{2}$

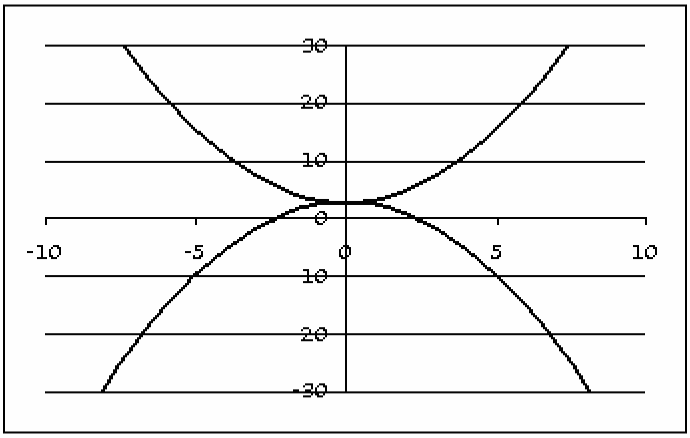
v) $y = 3\left(x - \dfrac{13}{12}\right)^2 - \dfrac{289}{48}$

21.-

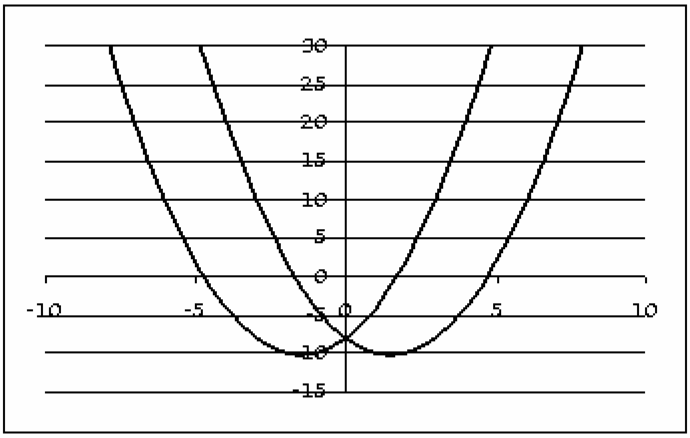
a)



b)



c)



22.-

a) $(0;5)$ ˛ p

b) $\left(-1;\frac{17}{2}\right)$ ˛ p

c) $(-2;11)$ ˇ p

d) $\left(1;-\frac{17}{2}\right)$ ˇ p

e) $(-2;13)$ ˛ p

23.-

Ecuación	Eje de simetría	Coordenadas del vértice	Raíces reales
$y=(x+2)^2$	x=-2	(-2;0)	-2;-2z
$y=(x+2)^2-3$	x=-2	(-2;-3)	$-2+\sqrt{3};-2-\sqrt{3}$
$y=x^2-4x+7$	x=4	(4;7)	No tiene
$y=(x+2)(x-2)$	x=0	(0;-4)	-2;2
$y=-2(x+1)^2$	x=-1	(-1;0)	-1;-1

24.-

Tabla	Ecuación	Gráfico
1	c	c
2	b	b
3	a	a

25.-
i) No es parábola.
ii) Sí es parábola.
iii) No es parábola.
iv) No es parábola.
v) No es parábola.
vi) Sí es parábola.

26.- 1250 animales

27.-
a) $x=\frac{3}{20}$
b) $x=0$ y $x=\frac{3}{10}$
c) Asciende : $\left[0;\frac{3}{20}\right)$
Desciende : $\left(\frac{3}{20};\frac{3}{10}\right]$

28.-
a) $t=1,2$
b) $t=1,1136$
c) $h\left(\frac{5}{10}\right)=5,95m$

29.- a) 70 plantas b) 100 plantas

30.- a) Décimo día. b) 800 abejas. c) 30 días.

31.- $y=2(x+3)^2+9$

32.- $y=-(x+3)(x-5)$